

2023 年福建省初中学业水平仿真模拟考试 数学试卷

注意事项:

1. 全卷满分 150 分, 答题时间为 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。

一、选择题: 本题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合要求的.

1. $\frac{1}{23}$ 的相反数是

- A. $\frac{1}{23}$ B. $-\frac{1}{23}$ C. 23 D. -23

2. 下列立体图形的主视图可能是矩形的是

- A. 圆柱 B. 三棱锥
C. 球 D. 圆锥

3. 根据福建省统计局数据, 福建省 2022 年全省生产总值约为 53100 亿元, 比上年增长 4.7%, 增长率位居全国前列. 其中 53100 亿用科学记数法表示为

- A. 53100×10^8 B. 5.31×10^4
C. 5.31×10^{12} D. 0.531×10^{13}

4. 下列图形中, 绕着某个点旋转 180° 后能与本身重合的是

- A. 平行四边形 B. 等边三角形
C. 等腰直角三角形 D. 正五边形

5. 如图, 可以表示 $\sqrt{3}$ 的点 P 是



6. 不等式组 $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x-2 < 0 \end{cases}$ 的解集是

- A. $x \geq -1$ B. $x < 2$
C. $-1 < x \leq 2$ D. $-1 \leq x < 2$

7. 化简结果为 $-8a^6$ 的单项式是

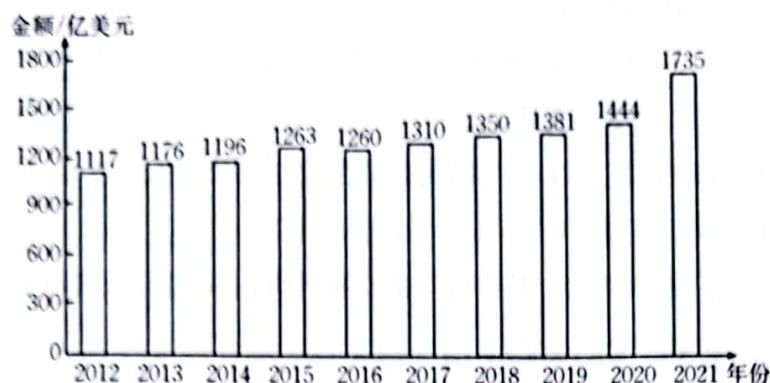
- A. $(-2\sqrt{2}a^3)^2$ B. $(-2a^3)^3$
C. $(-2a^2)^3$ D. $-(3a^3)^2$

考号 姓名 班级 学校

题 答 要 不 内 线 封 密

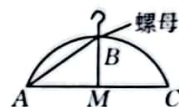


8. 如图,这是 2012 年至 2021 年这十年我国实际使用外资金额的统计图(单位:亿美元). 根据该统计图下列说法正确的是



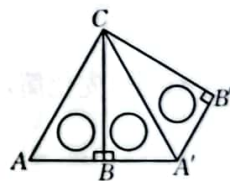
- A. 这十年内有 4 年实际使用的外资金额高于 1300 亿美元
 B. 这十年内有 4 年实际使用的外资金额低于 1200 亿美元
 C. 这十年实际使用的外资金额一直在增长
 D. 2020 年到 2021 年实际使用的外资金额的增长量最大
9. 如图所示的是可调节弧形衣架,它可以近似看成一段劣弧 \widehat{AC} ,其中螺母 B 的位置是该劣弧的中点,过点 B 作 $BM \perp AC$,垂足为点 M ,其中 $AC=29.6$ cm, $BM=10.3$ cm,则 $\angle BAM$ 的度数约为(参考数据: $\sin 44^\circ \approx 0.6959$, $\cos 46^\circ \approx 0.6959$, $\tan 35^\circ \approx 0.6959$, $\tan 19^\circ \approx 0.3479$)

- A. 19°
 B. 35°
 C. 46°
 D. 44°



10. 如图,现有一块三角板 ABC ,其中 $\angle ABC=90^\circ$, $\angle CAB=60^\circ$, $AB=8$,将该三角板沿 BC 边翻转得到 $\triangle A'BC$,再将 $\triangle A'BC$ 沿 $A'C$ 边翻转得到 $\triangle A'B'C$,则 A 与 B' 两点之间的距离为

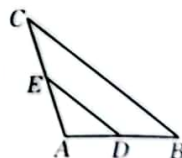
- A. $8\sqrt{3}$
 B. 16
 C. $8\sqrt{7}$
 D. $16\sqrt{7}$



二、填空题:本题共 6 小题,每小题 4 分,共 24 分.

11. 五边形的内角和度数是_____.

12. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, D, E 分别是 AB, AC 的中点. 若 $S_{\triangle ADE}=3$, 则 $S_{\triangle ABC}$ 的面积为_____.



13. 一个不透明的袋中装有 3 个红球和 a 个白球,这些球除颜色外无其他差别. 现随机从袋中摸出一个球,若这个球是红球的概率是 $\frac{3}{7}$, 则白球的个数是_____.



14. 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象在每一个象限内从左到右上升, 则实数 k 的值可以是_____.

(只需写出一个符合条件的实数)

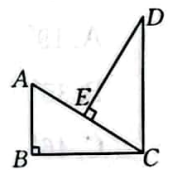
15. 若多项式 $ax^2 + bx + c$ 可以因式分解为 $(x-1)(x-2)$, 则 abc 的值为_____.

16. 已知抛物线 $y = x^2 + 2x - 3$ 与直线 $l_1: y = -x + m$ 分别交于 A, C 两点, 直线 l_2 与直线 l_1 关于抛物线的对称轴对称, 且直线 l_2 与抛物线分别交于 B, D 两点, 其中 A, D 两点在 x 轴上方, B, C 两点在 x 轴下方. 若 $AC \cdot BD = 26$, 则 m 的值为_____.

三、解答题: 本题共 9 小题, 共 86 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (8 分) 计算: $-\sqrt{4} + |\sqrt{2} - 2| - 2023^0$.

18. (8 分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $CD \parallel AB$, $DE \perp AC$ 于点 E , 且 $CE = AB$. 求证: $DC = AC$.

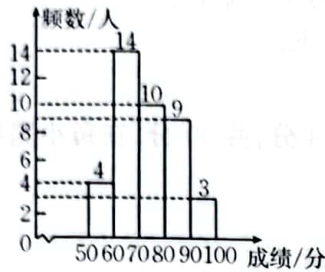


19. (8 分) 先化简, 再求值: $(1 - \frac{1}{m}) \div \frac{m^2 - 2m + 1}{m}$, 其中 $m = \sqrt{3} + 1$.



20. (8分)某学校七、八年级各有学生 600 人,在迎接新年的校科学文化艺术节中,学校地理组开展了“赏我中华,爱我河山”的知识竞赛活动(满分 100 分),从七、八年级的学生中各随机抽取 40 名学生进行了竞赛,并对数据进行了分析,下面给出了与该竞赛有关的部分信息:

a. 七年级学生成绩的频数分布直方图如图(数据分为五组: $50 \leq x < 60$, $60 \leq x < 70$, $70 \leq x < 80$, $80 \leq x < 90$, $90 \leq x \leq 100$).



b. 七年级学生成绩在 $70 \leq x < 80$ 这一组的是 70 71 73 73 73 74 76 77 78 79.

c. 八年级学生成绩的平均数、中位数、众数、优秀率如表.

平均数	中位数	众数	优秀率
79	77	83	42.5%

(说明:成绩 80 分及以上为优秀)

根据以上信息,回答下列问题:

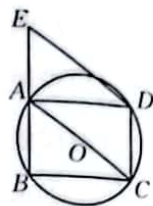
- 在此次竞赛活动中,小王的成绩是 76 分,在年级排名是第 16 名,由此可知他是 _____ 年级的学生(填“七”或“八”).
- 根据上述信息,推断哪个年级学生竞赛情况更好,并说明理由(至少从两个不同的角度说明推断的合理性).



21. (8分)如图, $\square ABCD$ 内接于 $\odot O$, 连接 AC , 将 AC 沿 CD 方向平移得到 DE .

(1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是矩形.

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 3, $\angle E = 50^\circ$, 求 \widehat{AD} 的长 (结果保留 π).



22. (10分) 为了能够更好地进行居家电路实验学习, 某校九年级(1)班在电商平台上购买小电动机和小灯泡. 已知该平台上一个小电动机与一个小灯泡的价格之和是 12 元, 同学们决定用 30 元购买小灯泡, 45 元购买小电动机, 其中购买的小灯泡数量正好是小电动机数量的 2 倍.

(1) 分别求出每个小灯泡和小电动机的价格.

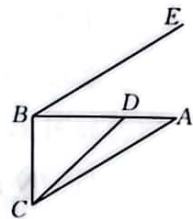
(2) 若九年级(1)班决定购买小灯泡和小电动机共计 90 个, 且满足小灯泡数量不超过小电动机数量的一半, 请设计出更省钱的购买方案, 并求出总费用的最小值.



23. (10分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 在 AB 上取点 D , 使 $BD=BC$, 过点 B 作 $BE\parallel AC$.

(1) 以 AE 为直径, 求作 $\odot O$. (要求: 尺规作图, 不写作法, 保留作图痕迹)

(2) 在(1)的条件下, 若 $\odot O$ 与 AB 相切, 连接 DE , 且 $\angle ADE=\angle ACB$, $AE=1$, 求 $\tan\angle ACB$ 的值.



公众号: 初中数学题



24. (12分) 已知正方形 $ABCD$, 在 BC 和 CD 边上各有一点 E, F , 且 $CE=CF$, 连接 AF, EF , 分别取 AF, EF 的中点 M, N , 连接 DM, CN, MN .

(1) 如图 1, 连接 AE .

① 求证: $AE=AF$.

② 求 $\angle DMN$ 的度数.

(2) 如图 2, 将 $\triangle CEF$ 绕点 C 旋转, 当 $\triangle CEF$ 在正方形 $ABCD$ 外部时, 连接 DN , 试探究 DN 与 MN 的数量关系.

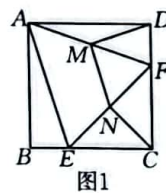


图1

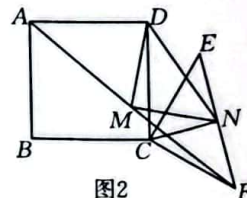


图2



密封线内不要答题

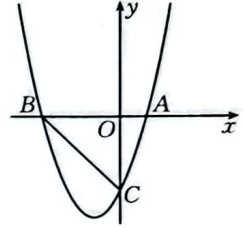
25. (14分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + 2x - 3a$ 与 x 轴分别交于 $A(1, 0)$, B 两点, 其中点 A 在点 B 右侧.

(1) 求抛物线的解析式.

(2) 设该抛物线与 y 轴交于点 C , 点 M 是 B, C 之间抛物线上的一点, 且 $\angle MBC + \angle BMC = 90^\circ$.

① 求点 M 的坐标.

② 过点 C 作 x 轴的平行线交抛物线于另一点 D , T 是 B, D 之间抛物线上的一点, 过点 T 作 y 轴的平行线交直线 CD 于点 K , 交 x 轴于点 N , 连接 MT 交 CK 于点 S , 连接 MK , 若 $MK = s$, 则请用含 s 的代数式表示 $MS \cdot MT$ 的值.



公众号: 初中数学题



2023 年福建省初中学业水平仿真模拟考试

数学试卷参考答案

1. B 2. A 3. C 4. A 5. B 6. D 7. C 8. D 9. B 10. C

11. 540° 12. 12 13. 4 14. -2 (答案不唯一) 15. -6

16. -2

提示:如图, A, D 两点关于直线 $x = -1$ 对称, B, C 两点关于直线 $x = -1$ 对称, 则可知 $AC = BD$, 由题意 $AC = \sqrt{26}$.

设 $A(x_1, y_1), C(x_2, y_2)$, $y_1 = -x_1 + m, y_2 = -x_2 + m$,

由抛物线 $y = x^2 + 2x - 3$ 与直线 $l_1: y = -x + m$ 分别交于 A, C 两点,

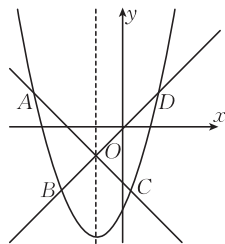
可得 $x^2 + 2x - 3 = -x + m$, 整理得 $x^2 + 3x - 3 - m = 0$,

\therefore 由根与系数关系可得 $x_1 + x_2 = -3, x_1 x_2 = -3 - m$.

由勾股定理可得 $AC^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 26$, 即 $2(x_1 - x_2)^2 = 26$.

$\therefore (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 9 + 12 + 4m = 13$,

$\therefore m = -2$.



17. 解: 原式 $= -2 + 2 - \sqrt{2} - 1$ 5 分

$= -\sqrt{2} - 1$ 8 分

18. 证明: $\because DE \perp AC, \angle B = 90^\circ$,

$\therefore \angle DEC = \angle B = 90^\circ$ 2 分

$\because CD \parallel AB$,

$\therefore \angle A = \angle DCE$ 4 分

在 $\triangle CED$ 和 $\triangle ABC$ 中,

$$\begin{cases} \angle DCE = \angle A \\ CE = AB \\ \angle DEC = \angle B \end{cases},$$

$\therefore \triangle CED \cong \triangle ABC (ASA)$, 7 分

$\therefore DC = AC$ 8 分

19. 解: 原式 $= \frac{m-1}{m} \div \frac{(m-1)^2}{m}$ 2 分

$$= \frac{m-1}{m} \cdot \frac{m}{(m-1)^2}$$

$= \frac{1}{m-1}$ 5 分

当 $m = \sqrt{3} + 1$ 时, 原式 $= \frac{1}{\sqrt{3} + 1 - 1} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 8分

20. 解: (1) 七. 3分

(2) 八年级学生竞赛情况更好. 4分

理由: ① 八年级优秀率 42.5%, 七年级优秀率 $\frac{9+3}{40} = 30\%$, 说明八年级竞赛优秀人数更多;
..... 6分

② 八年级中位数为 77, 七年级中位数为 72, 八年级的中位数大于七年级的中位数. 8分

21. 解: (1) 证明: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore \angle ABC = \angle ADC$ 1分

\because 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$,

$\therefore \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$, 2分

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$, 3分

\therefore 四边形 $ABCD$ 是矩形. 4分

(2) 如图, 连接 OD .

$\because AC$ 沿 CD 方向平移得到 DE ,

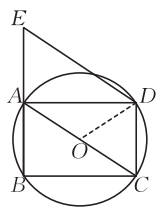
$\therefore AC \parallel DE, AC = DE$,

\therefore 四边形 $ACDE$ 是平行四边形, 5分

$\therefore \angle ACD = \angle E = 50^\circ$,

$\therefore \angle AOD = 2\angle ACD = 100^\circ$,

$\therefore \widehat{AD}$ 的长为 $\frac{100 \times \pi \times 3}{180} = \frac{5}{3}\pi$ 8分



22. 解: (1) 设每个小灯泡 m 元, 则每个小电动机 $(12 - m)$ 元.

根据题意, 得 $\frac{30}{m} = \frac{45}{12 - m} \times 2$, 3分

解得 $m = 3$,

经检验 $m = 3$ 是方程的解, 且符合题意. 4分

则 $12 - m = 12 - 3 = 9$ (元).

答: 每个小灯泡 3 元, 每个小电动机 9 元. 5分

(2) 设购买小电动机 x 个, 总费用 y 元.

根据题意, 得 $90 - x \leq \frac{1}{2}x$, 解得 $x \geq 60$ 7分

则 $y = 9x + 3(90 - x) = 6x + 270$ 8分

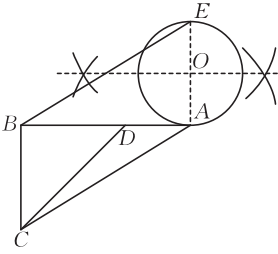
$\because 6 > 0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大,

∴当 $x=60$ 时, y 取得最小值, 最小值为 $6 \times 60 + 270 = 630$,

∴购买小电动机 60 个, 小灯泡 30 个时, 总费用最少, 为 630 元. 10 分

23. 解: (1) 根据题意作图如下: 5 分



(2) 如图, ∴ $\angle ADE = \angle ACB$, $\odot O$ 与 AB 相切,

∴ $\tan \angle ADE = \tan \angle ACB$,

即 $\frac{AE}{AD} = \frac{AB}{BC}$ 6 分

设 $AD = a$,

∴ $\angle DAE = \angle ABC = 90^\circ$,

∴ $AE \parallel BC$.

∴ $BE \parallel AC$,

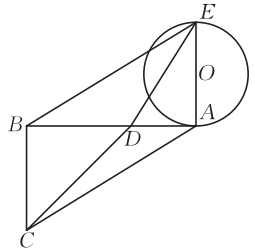
∴ 四边形 $AEBC$ 是平行四边形, 7 分

∴ $AE = BC = BD = 1$,

∴ $\frac{1}{a} = a + 1$, 8 分

∴ $a^2 + a - 1 = 0$, 解得 $a_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ 或 $a_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$ (舍),

∴ $\tan \angle ACB = a + 1 = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$ 10 分



24. 解: (1) ① 证明: ∴ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

∴ $AB = AD, BC = CD, \angle B = \angle ADC = 90^\circ$ 1 分

∴ $CE = CF, \therefore BE = DF$, 2 分

∴ $\triangle ABE \cong \triangle ADF$ (SAS), 3 分

∴ $AE = AF$ 4 分

② ∴ M, N 分别是 AF, EF 的中点,

∴ $DM = AM = MF, MN \parallel AE$,

∴ $\angle DMF = \angle DAM + \angle ADM = 2\angle DAM, \angle FMN = \angle FAE$ 5 分

∴ $\triangle ABE \cong \triangle ADF$,

∴ $\angle DAM = \angle BAE$.

$\because \angle FAE + \angle BAE + \angle DAM = \angle BAD = 90^\circ$, 6分

$\therefore \angle DMF + \angle FMN = 90^\circ$,

$\therefore \angle DMN = 90^\circ$ 7分

(2)如图,连接 AE, AC .

$\because M, N$ 分别是 AF, EF 的中点

$\therefore AE = 2MN$ 8分

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore \angle ACD = 45^\circ$.

$\because \angle ECF = 90^\circ, CE = CF, N$ 是 EF 的中点,

$\therefore \angle ECN = \angle ACD = 45^\circ$,

$\therefore \angle ACE = \angle DCN$,

$\because AC = \sqrt{2}CD, EC = \sqrt{2}NC$,

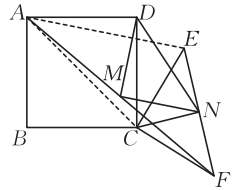
$\therefore \triangle ACE \sim \triangle DCN$, 10分

$$\therefore \frac{AE}{DN} = \frac{AC}{DC}$$

$\therefore AE = \sqrt{2}DN$,

$\therefore 2MN = \sqrt{2}DN$,

$\therefore DN = \sqrt{2}MN$ 12分



25. 解:(1) $\because y = ax^2 + 2x - 3a$ 经过点 $A(1, 0)$,

$\therefore a + 2 - 3a = 0$, 1分

$\therefore a = 1$, 2分

\therefore 抛物线的解析式为 $y = x^2 + 2x - 3$ 3分

(2)①如图,过点 M 作 $MG \perp y$ 轴于点 G .

由(1)知 $B(-3, 0), C(0, -3)$,

$\therefore OB = OC = 3$,

$\therefore \triangle OBC$ 为等腰直角三角形. 4分

$\because \angle MBC + \angle BMC = 90^\circ$,

$\therefore \angle BCM = 90^\circ$, 5分

$\therefore \angle MCG = \angle CBO = 45^\circ$,

$\therefore \triangle MCG$ 为等腰直角三角形.

设 $MG = CG = t$, 则 M 点的坐标为 $(-t, -3-t)$,

\because 点 M 在抛物线 $y = x^2 + 2x - 3$ 上,

$\therefore 3 + t = -[(-t)^2 - 2t - 3]$, 6分

